

Autómata de Pila

Conceptos básicos

- El autómata de pila es como el autómata finito no determinista pero tiene un componente extra, una *pila*.
- La pila suministra memoria adicional mas allá de la cantidad finita disponible en el control.
- La pila permite al autómata de pila reconocer algunos lenguajes no regulares.
- El autómata de pila es equivalente en poder a las gramáticas libres de contexto. Esta equivalencia es útil porque nos proporciona dos opciones para probar que un lenguaje es libre de contexto. Podemos proporcionar una gramática libre de contexto que lo genere o un autómata de pila que lo reconozca.
- Ciertos lenguajes son más fáciles de describir en términos de generadores, mientras otros son más fáciles de describir en términos de reconocedores.
- Diagrama de un autómata de pila:

FIGURA

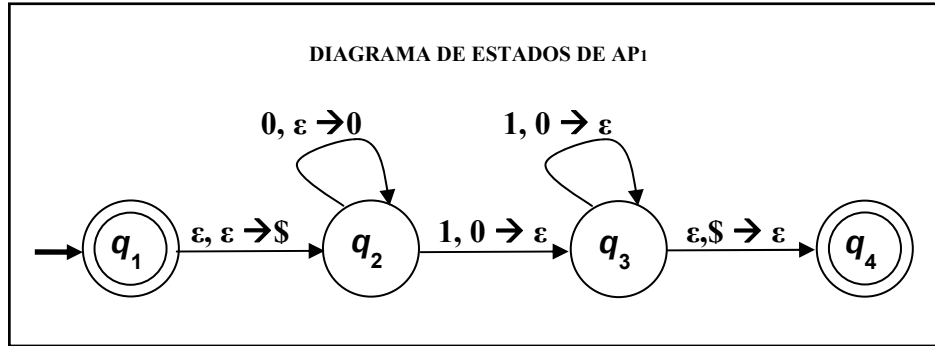
- Un autómata de pila (AP) puede escribir símbolos en la pila y leerlos después.
- Escribe símbolos “poniendo” todos los símbolos en la pila.
- En cualquier momento el símbolo en el tope de la pila puede ser leído y removido. Los restantes símbolos se mueven hacia la salida. Escribir un símbolo en la pila es referido a menudo como *empujar* el símbolo, y remover el símbolo es referido como *sacar* el símbolo. Notar que el acceso a la pila, tanto para lectura como escritura son realizados en el tope de la pila. En otras palabras una pila es un almacenamiento de tipo “el último en entrar es el primero en salir”. Si cierta información es escrita en la pila e información adicional es escrita después, la primera información es inaccesible hasta que la información que entro al final es removida.
- Una pila es valiosa porque puede mantener una cantidad ilimitada de información.
- Recordando que un autómata finito es incapaz de reconocer el lenguaje $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ porque no puede almacenar números muy grandes en su memoria finita.
- Un AP es capaz de reconocer este lenguaje porque puede utilizar su pila par almacenar el numero de 0's que ha visto. Entonces la naturaleza ilimitada de la pila permite al AP almacenar números de tamaño ilimitado,
- El autómata trabaja de la siguiente manera con el lenguaje:
 - Lee el símbolo de la entrada.
 - Por cada 0 que es leído, lo empuja en la pila.

- Tan pronto como un 1 es visto, saca un cero de la pila por cada 1 leído.
- Si la lectura de la entrada termina cuando la pila esta vacía (sin 0's), entonces acepta la entrada.
- Si la pila esta vacía y todavía hay 1's por leer o si los unos en la entrada han terminado y la pila no esta vacía (contiene 0's) o si algunos 0's aparecen en la entrada siguiendo 1's, se rechaza la entrada.
- Los autómatas de pila deterministas y no deterministas no son equivalentes en su poder, pues los autómatas de pila no deterministas reconocen ciertos lenguajes que los autómatas de pila deterministas no pueden reconocer.
- Mientras los autómatas deterministas y los no deterministas reconocen la misma clase de lenguajes, con los autómatas de pila la situación es diferente.

Definición formal de autómata de pila

- La definición formal de autómata de pila es similar a la de autómata excepto por la pila,
- La pila es un dispositivo que contiene símbolos de algún alfabeto.
- La maquina puede utilizar diferentes alfabetos para su entrada Σ y para la pila Γ

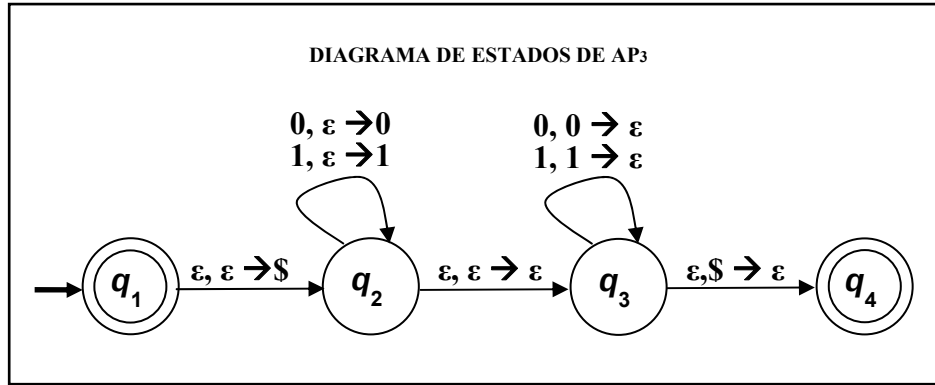
Ejemplo 1: Autómata de pila que reconoce el lenguaje: $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$



	$\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow P(Q \times \Gamma_\epsilon)$								
Entrada	0			1			ϵ		
Pila	0	\$	ϵ	0	\$	ϵ	0	\$	ϵ
q_1	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	$\{(q_2, \$)\}$
q_2	☐	☐	$\{(q_2, 0)\}$	$\{(q_3, \epsilon)\}$	☐	☐	☐	☐	☐
q_3	☐	☐	☐	$\{(q_3, \epsilon)\}$	☐	☐	☐	$\{(q_4, \epsilon)\}$	☐
q_4	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Autómata $AP_1 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$	
1.	$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$
2.	$\Sigma = \{0, 1\}$
3.	$\Gamma = \{0, \$\}$
4.	$\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow P(Q \times \Gamma_\epsilon)$
5.	$s = \{q_1\}$
6.	$F = \{q_1, q_4\}$

Ejemplo 3: Autómata de pila que reconoce el lenguaje: $\{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$



	$\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow P(Q \times \Gamma_\epsilon)$											
Entrada	0				1				ϵ			
Pila	0	1	\$	ϵ	0	1	\$	ϵ	0	1	\$	ϵ
q_1	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	$\{(q_2, \$)\}$
q_2	☐	☐	☐	$\{(q_2, 0)\}$	☐	☐	☐	$\{(q_2, 1)\}$	☐	☐	☐	$\{(q_3, \epsilon)\}$
q_3	$\{(q_3, \epsilon)\}$	☐	☐	☐	$\{(q_3, \epsilon)\}$	$\{(q_3, \epsilon)\}$	☐	☐	☐	☐	$\{(q_4, \epsilon)\}$	☐
q_4	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Autómata $AP_I = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$	
1.	$Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$
2.	$\Sigma = \{0, 1\}$
3.	$\Gamma = \{0, 1, \$\}$
4.	$\delta: Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \rightarrow P(Q \times \Gamma_\epsilon)$
5.	$s = \{q_1\}$
6.	$F = \{q_1, q_4\}$